Разбор задачи “Странная игра” XXV городской олимпиады по информатике города Петрозаводска

Итак, напомним коротко условие задачи.

Дано число X. Двое человек вычитают по очереди из числа X 1, потом $1 + B$, потом $1 + B + A$, потом $1 + 2 \cdot B + A$, потом $1 + 2 \cdot B + 2 \cdot A$ и т.д. Нужно сказать, на каком ходу число X станет меньше нуля, либо равным ему.

Данную задачу можно начать решать в лоб, с помощью цикла, имитирую действия каждого игрока, но это не позволит нам набрать полный балл, из-за ограничений задачи.

Рассмотрим решение на полный балл. Запишем вычитаемые числа подряд:

1. 1
2. $1 + B$
3. $1 + 1 \cdot (A + B)$
4. $1 + 1 \cdot (A + B) + B$
5. $1 + 2 \cdot (A + B)$
6. $1 + 2 \cdot (A + B) + B$
7. $1 + 3 \cdot (A + B)$
8. $1 + 3 \cdot (A + B) + B$
9. $1 + 4 \cdot (A + B)$
10. $1 + 4 \cdot (A + B) + B$
11. $1 + 5 \cdot (A + B)$
12. ...

Данная последовательность состоит из двух арифметических прогрессий (первые элементы под номером 1 и 2, шаг $= A + B$). Таким образом, можно записать следующие неравенство, описывающие нашу задачу.

Найти такое минимальное натуральное n, что верно неравенство:

$$(A + B) \cdot n^2 + (2 + A + 2 \cdot B) \cdot n + 2 + B >= X.$$

Данное неравенство описывает состояние числа X после хода Саши с номером $2 \cdot n + 2$. Чтобы узнать, не выиграл ли Вова, нужно проверить схожее неравенство:

$$(A + B) \cdot n^2 + (2 + B) \cdot n + 1 >= X,$$

описывающие состояние числа X после хода Вовы с номером $2 \cdot n + 1$.

Получить нужное число n можно, аккуратно решив квадратное уравнение, либо, с помощью бинарного поиска, перебирая это самое n.

Более подробно детали реализации можно посмотреть в решениях жюри.

Разбор подготовил Басунков Владимир Андреевич, преподаватель Клуба творчества программистов ПетрГУ.