

Лекция 7.
Запись и обработка
математических выражений.

План лекции

- Способы записи математических выражений
- Инфиксная нотация и её проблемы
- Префиксная (польская) нотация
- Постфиксная (обратная польская) нотация
- Обработка выражения в обратной польской записи
- Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи

Способы записи математических выражений

Инфиксная нотация	Префиксная (польская) нотация	Постфиксная (обратная польская) нотация
$3 + 5$	$+ 3 5$	$3 5 +$
$(3 + 5) * 10$	$* + 3 5 10$	$3 5 + 10 *$
Знак операции стоит между операндами	Знак операции стоит перед операндами	Знак операции стоит после операндов

Инфиксная нотация

Это – привычная человеку запись математических выражений. Используется традиционно и из-за простоты понимания записи.

Для определения порядка выполнения действий этот способ использует приоритет операций и скобки.

Проблемы инфиксной нотации

- Скобки
 - При каждом увеличении приоритета определённой операции скобками длина выражения увеличивается на два символа.
 - При анализе выражения в инфиксной нотации для выполнения действия со скобкой сначала надо будет вычислить значение заключённого в ней выражения.
- Приоритеты операций
 - Они не всегда чётко регламентированы и разнятся от языка к языку.
 - Как назначить приоритет новой функции?

Префиксная (польская) нотация

Знак операции пишется слева от операндов.

Изобретена польским логиком Яном Лукасевичем в 1920 году. Боле логичная, чем инфиксная, и простая для понимания на слух.

«+ 3 5» - сложение тройки и пятёрки

«* + 3 5 10» - произведение сложения тройки и пятёрки и десятки

Постфиксная (обратная польская) нотация

Знак операции пишется справа от операндов.
Разработана на основе польской записи в 1950 году. Является самой простой для алгоритмической обработки на так называемой стековой машине, потому что все операнды перечисляются строго до самой операции.

Обработка выражения в обратной польской записи

Все операнды по очереди записываются в стек. Если обработка переходит к операции, из стека надо вытащить нужное количество операндов, проделать с ними операцию, а результат записать в стек.

Обработка выражения в обратной польской записи

$$(3 + 5) * 10 - 17 * 2$$



$$3 5 + 10 * 17 2 * -$$

Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -

стек

3

Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -




стек

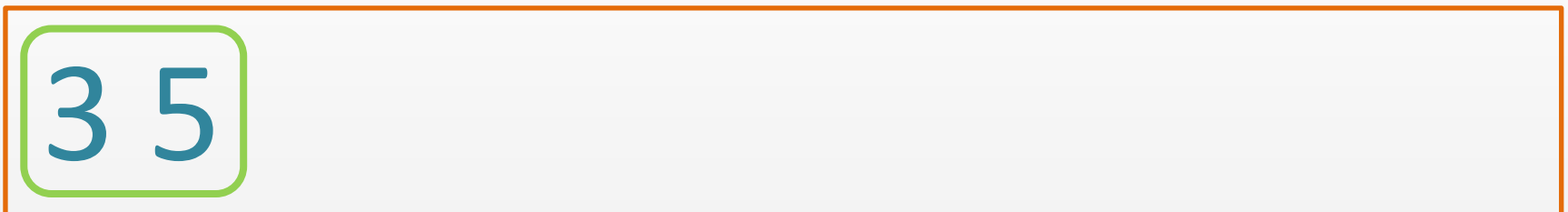
3 5



Обработка выражения в обратной польской записи


$$3\ 5\ +\ 10\ *\ 17\ 2\ *\ -$$
$$3\ +\ 5\ =\ 8$$

стек



Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -



$$3 + 5 = 8$$

стек

8



Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -




стек

8 10



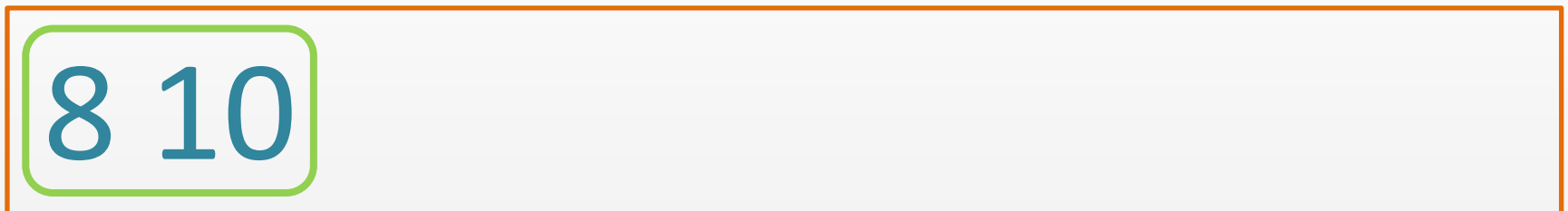
Обработка выражения в обратной польской записи

$$3 \ 5 \ + \ 10 \ * \ 17 \ 2 \ * \ -$$



$$8 \ * \ 10 = 80$$

стек



Обработка выражения в обратной польской записи

$$3 \ 5 \ + \ 10 \ * \ 17 \ 2 \ * \ -$$

$8 \ * \ 10 = 80$

стек

80

Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -



стек

80 17



Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -



стек

80 17 2

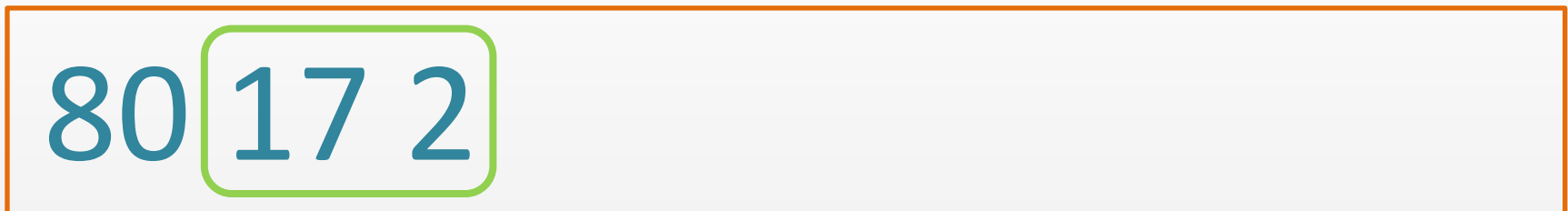


Обработка выражения в обратной польской записи

$$3 \ 5 \ + \ 10 \ * \ 17 \ 2 \ * \ -$$


 $17 \ * \ 2 = 34$

стек



Обработка выражения в обратной польской записи

$$3 \ 5 \ + \ 10 \ * \ 17 \ 2 \ * \ -$$

$17 \ * \ 2 = 34$

стек

80 34

Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 *  -

$$80 - 34 = 46$$

стек

80 34

Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -



80 - 34
= 46

стек

46



Обработка выражения в обратной польской записи

3 5 + 10 * 17 2 * -



стек

46 - ответ

Обработка выражения в обратной польской записи

Постфиксная и префиксная нотации не допускают совпадения обозначений различных операций.

Например, в математике операция « $-$ » может значить вычитание, требующее два операнда, а может – смену знака одного операнда. В инфиксной записи смысл операции понятен из контекста, но постфиксная и префиксная нотации всегда требуют строго определённого количества операндов для каждой операции.

Обработка выражения в инфиксной нотации

? $(3 + 5) * 10 - 17 * 2$



$3 5 + 10 * 17 2 * -$

Обработка выражения в инфиксной нотации

Каждая скобка обозначает один операнд. Чтобы выполнять операции с ним, нужно сначала вычислить его значение, т. е. значение выражения внутри скобки.

Это значит, что для каждой встреченной скобки придётся рекурсивно вызывать функцию вычисления значения выражения.

Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи

$(3 + 5) * 10 - 17 * 2$

$3 5 + 10 * 17 2 * -$

Порядок операндов не меняется!

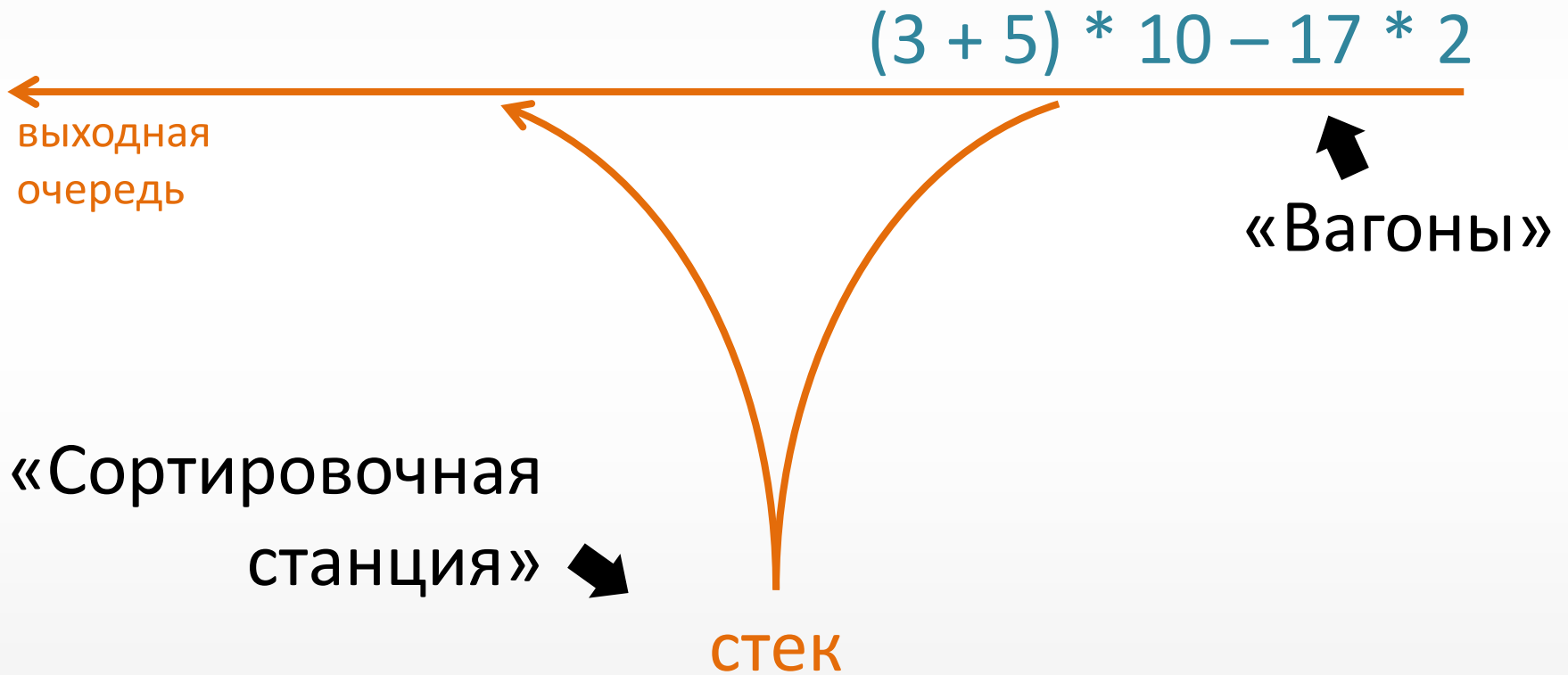
Переход от infixной нотации к обратной польской записи

Алгоритм такого перехода изобрёл никто иной, как Эдсгер Дейкстра, и называется он «Алгоритм сортировочной станции».

Он использует свойство, по которому в обратной польской записи меняется только порядок и место операций в выражении, и пересортировывает операции в порядке выполнения действий.

Для этого нужны данные по приоритетам операций.

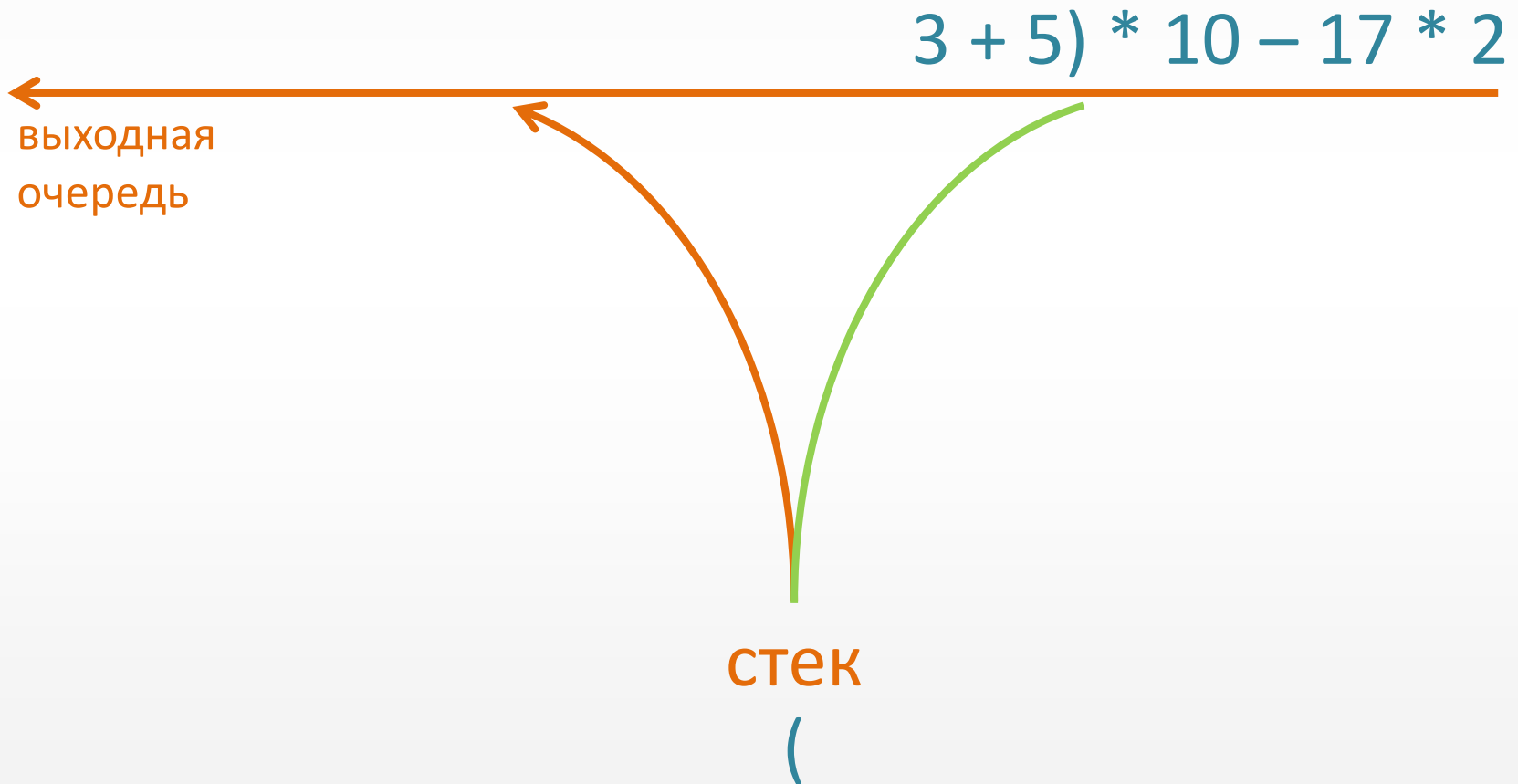
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



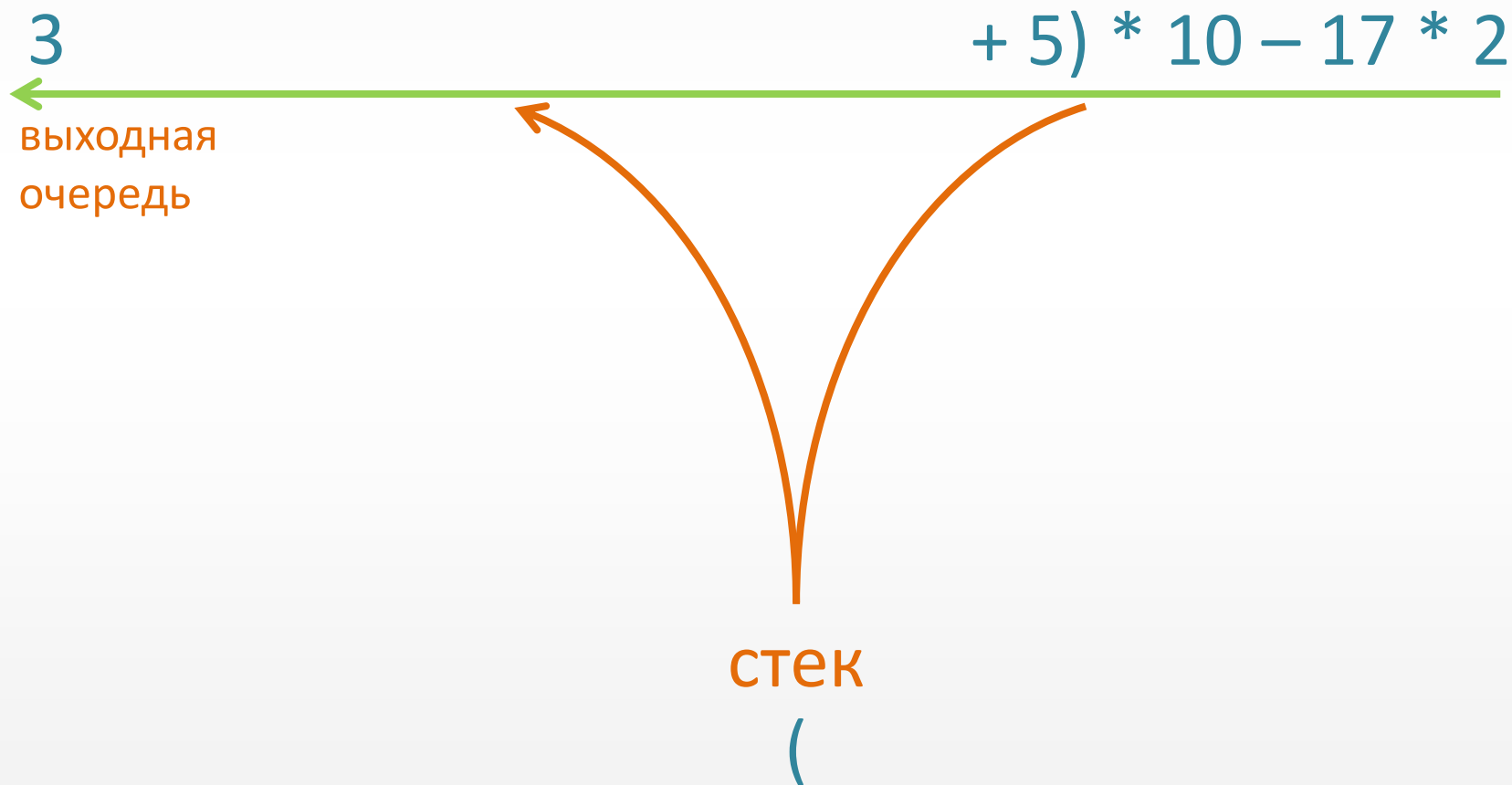
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи

- Алгоритм рассматривает элементы выражения по очереди, слева направо.
- Операнды идут прямо в выходную очередь.
- Если элемент - оператор, то
 - Если стек не пуст, и его верхний элемент – более приоритетный оператор, то он перекладывается из стека в выходную очередь;
 - Оператор из выражения идёт в очередь.
- Открывающая скобка идёт в стек
- Если элемент – закрывающая скобка, то
 - Пока на вершине стека не покажется открывающая скобка, перекладывать операторы из стека в выходную очередь
 - Удалить открывающую скобку из стека
- Если в выражении закончились элементы, перекладывать операторы из стека в выходную очередь, пока стек не опустеет.

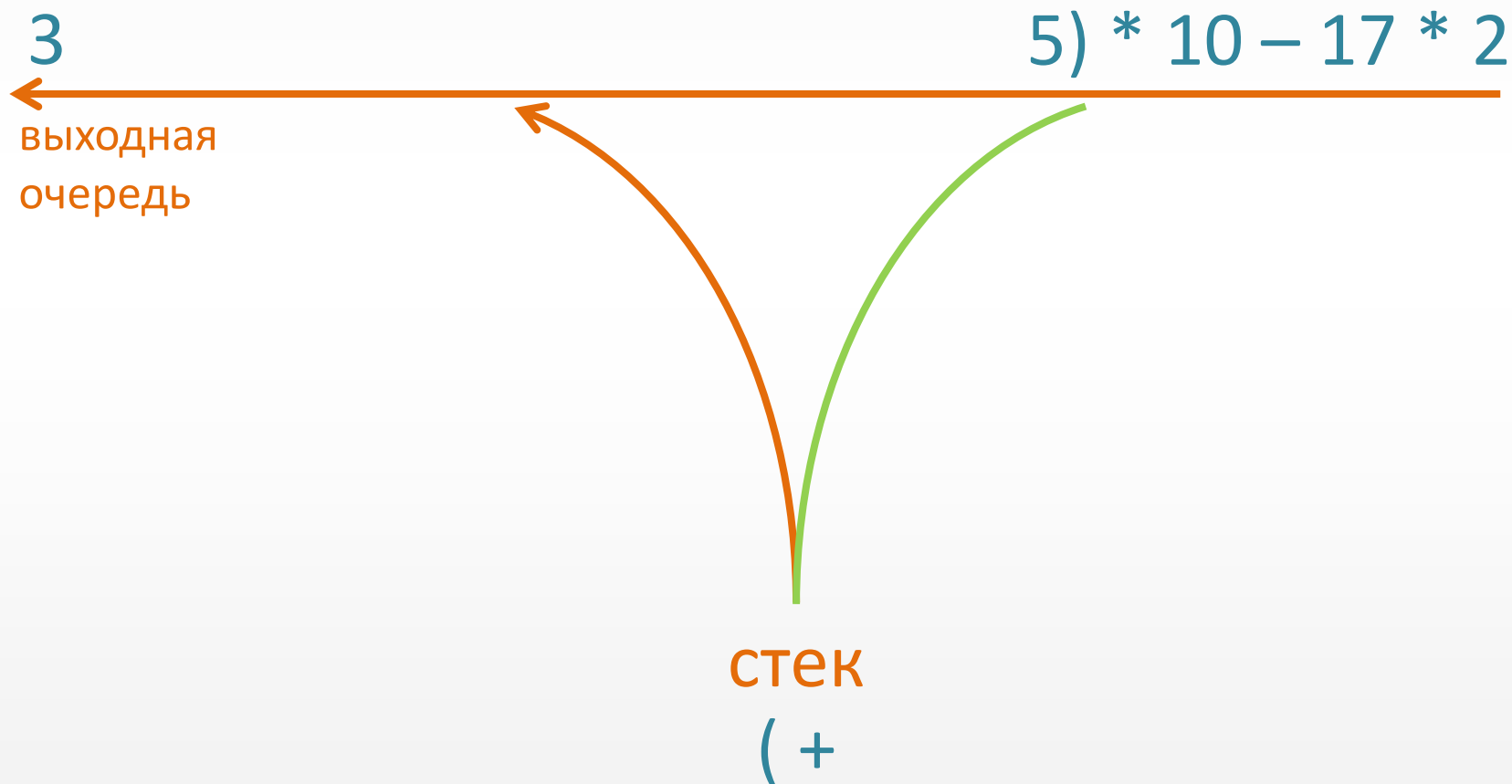
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



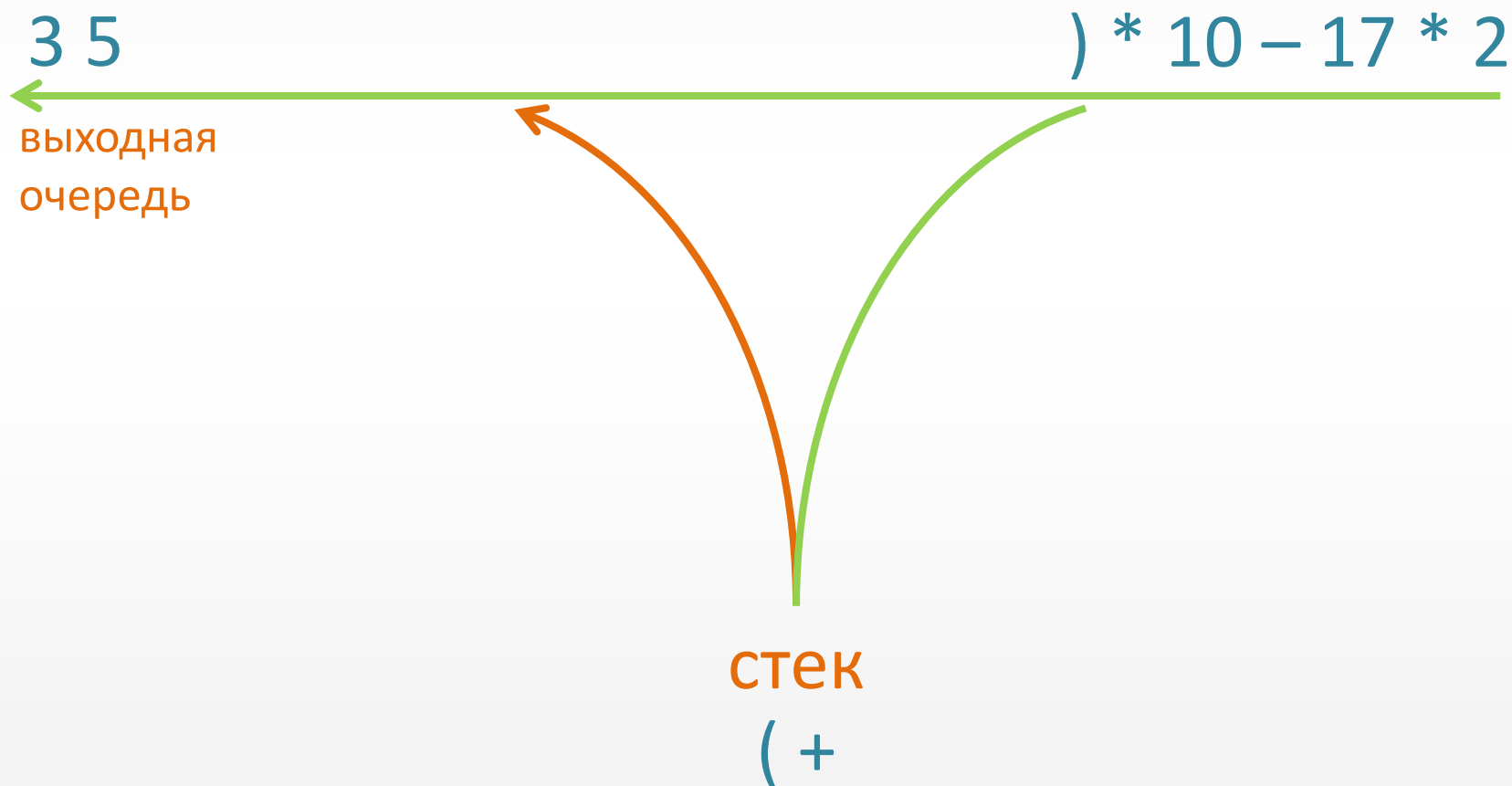
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



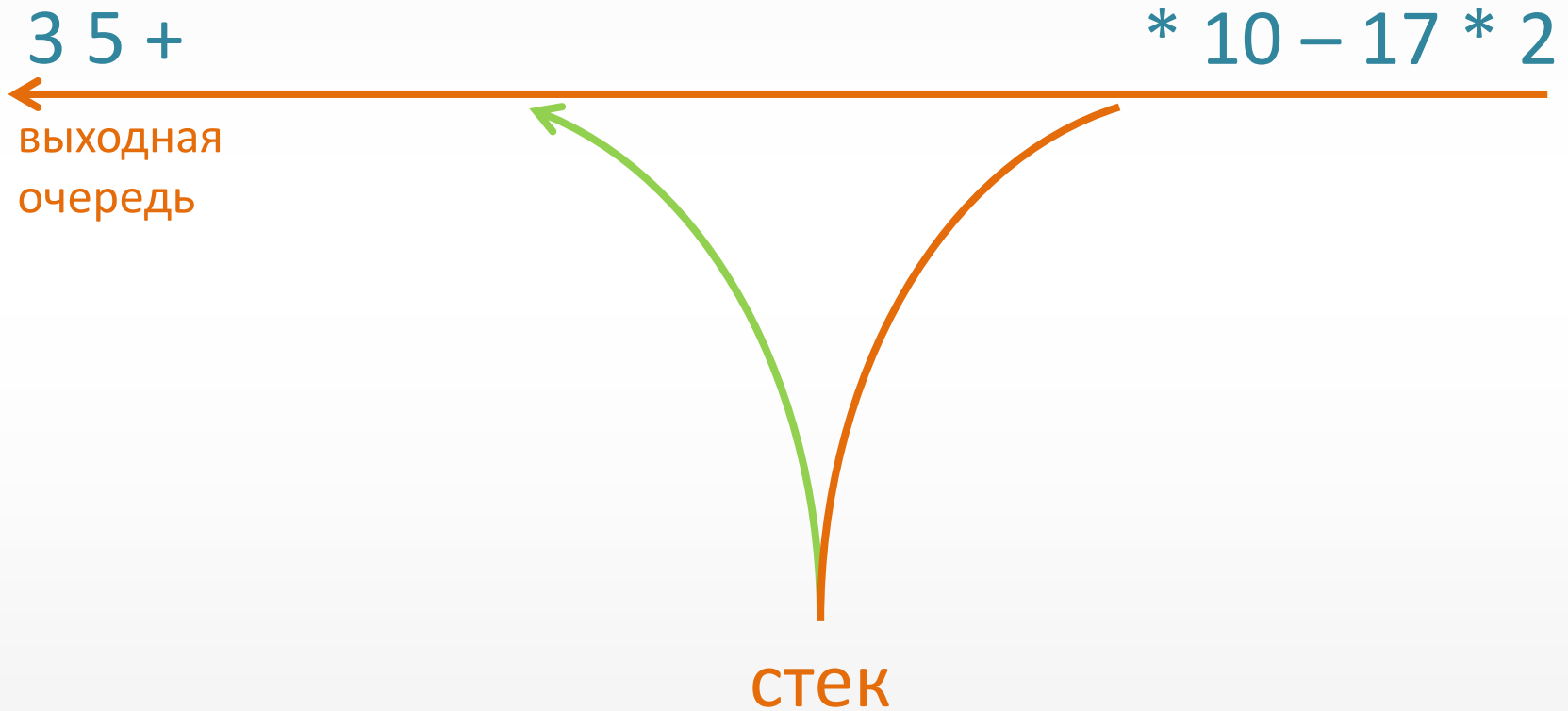
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



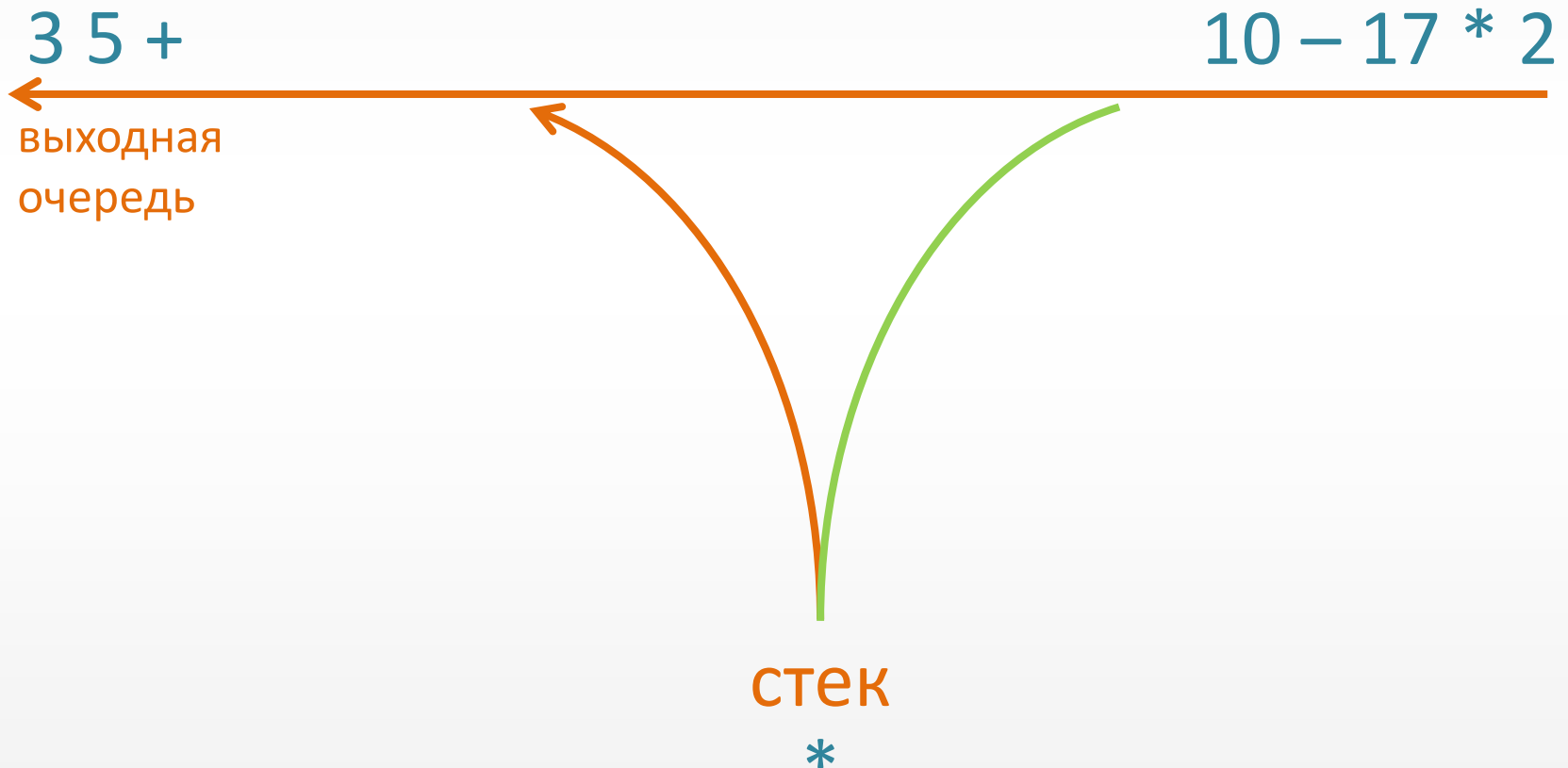
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



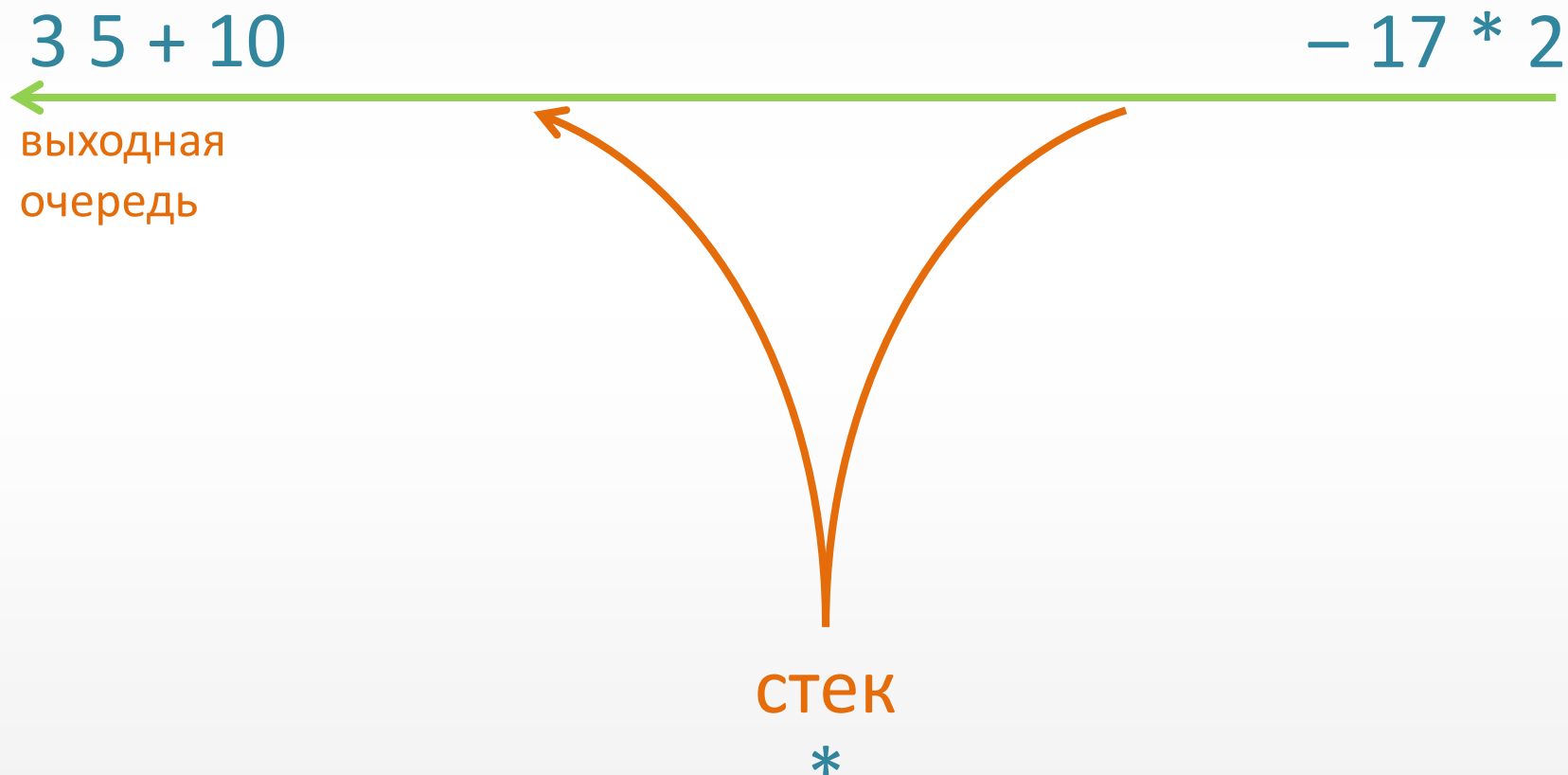
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



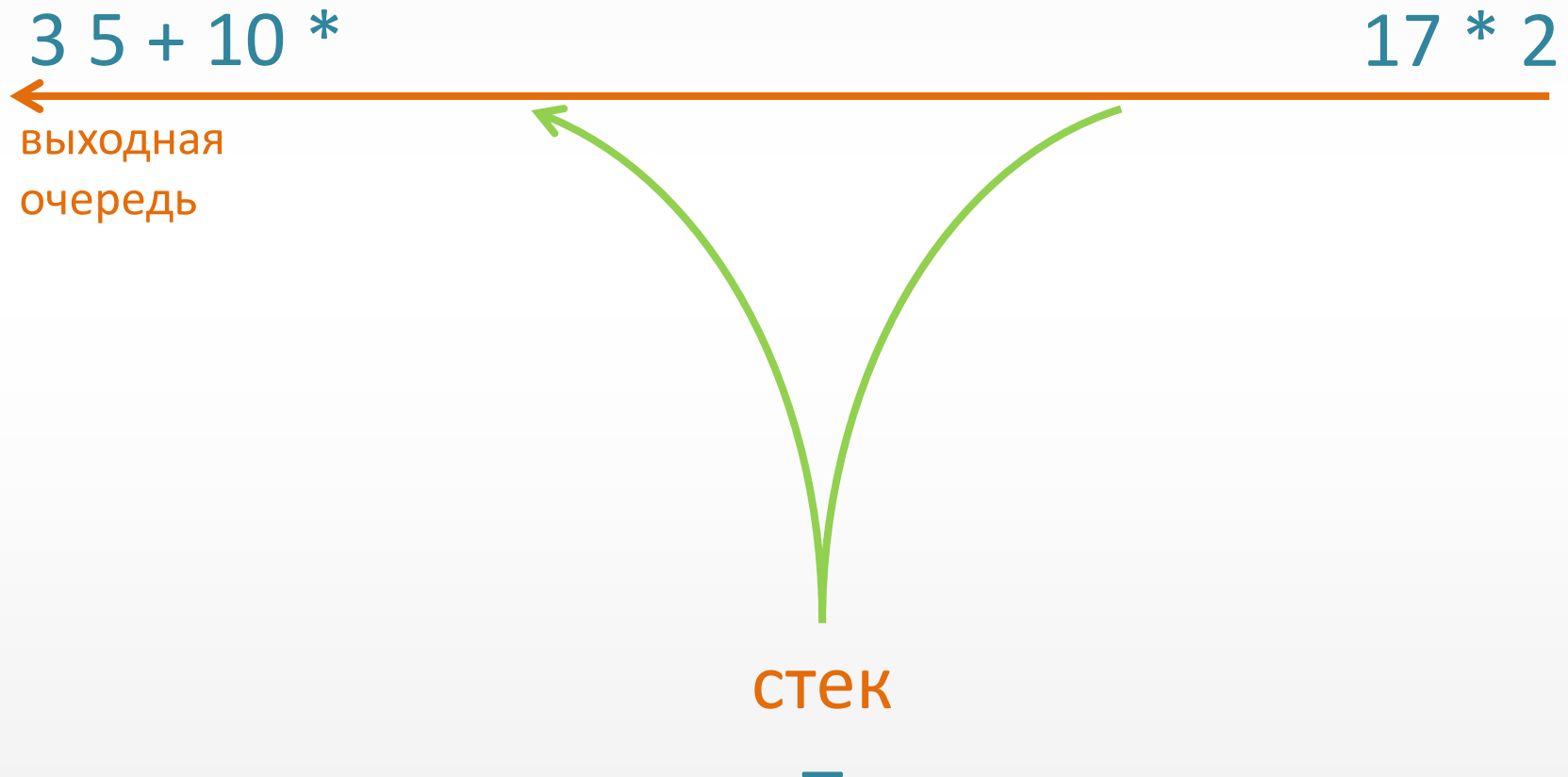
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



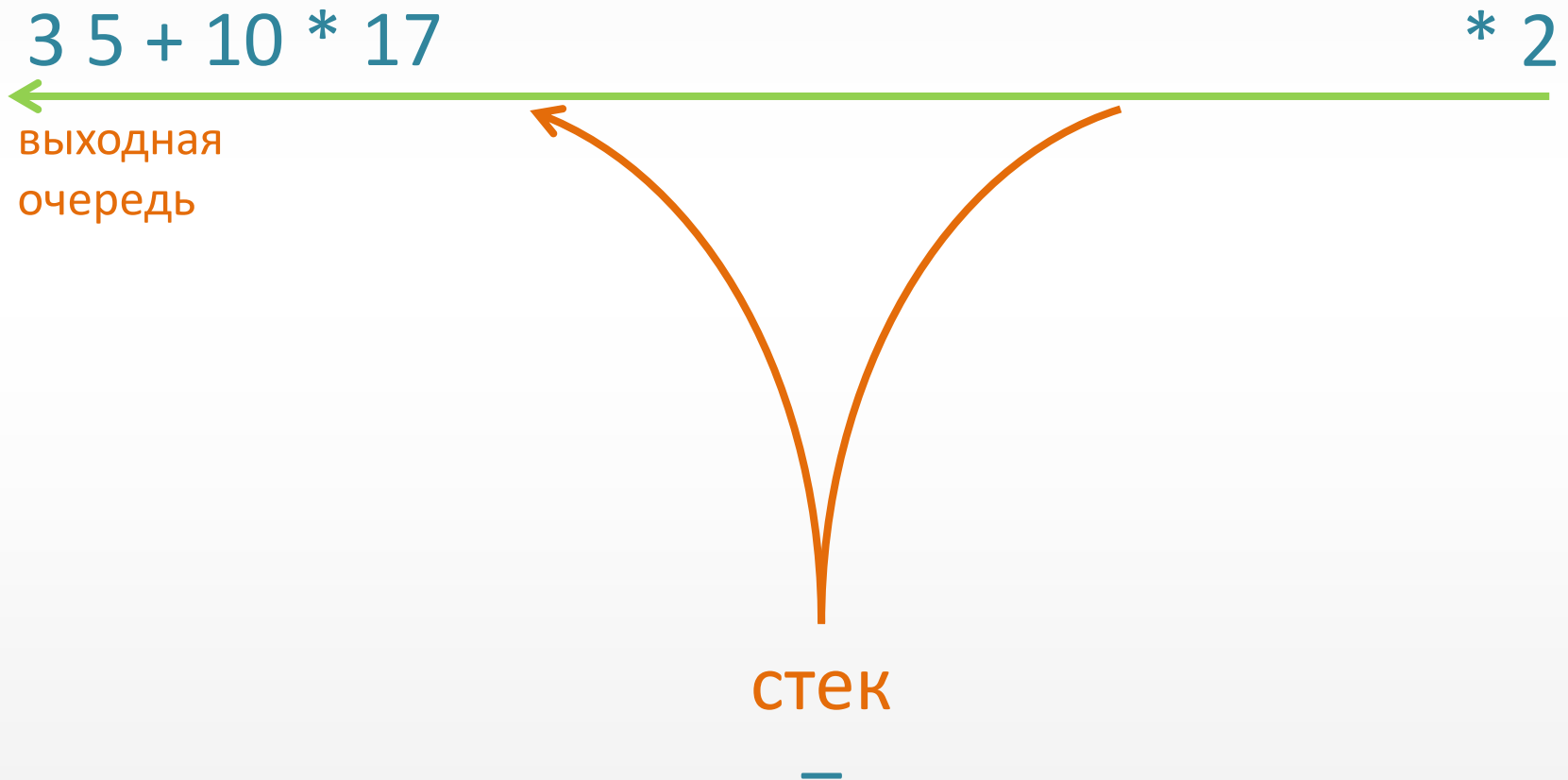
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



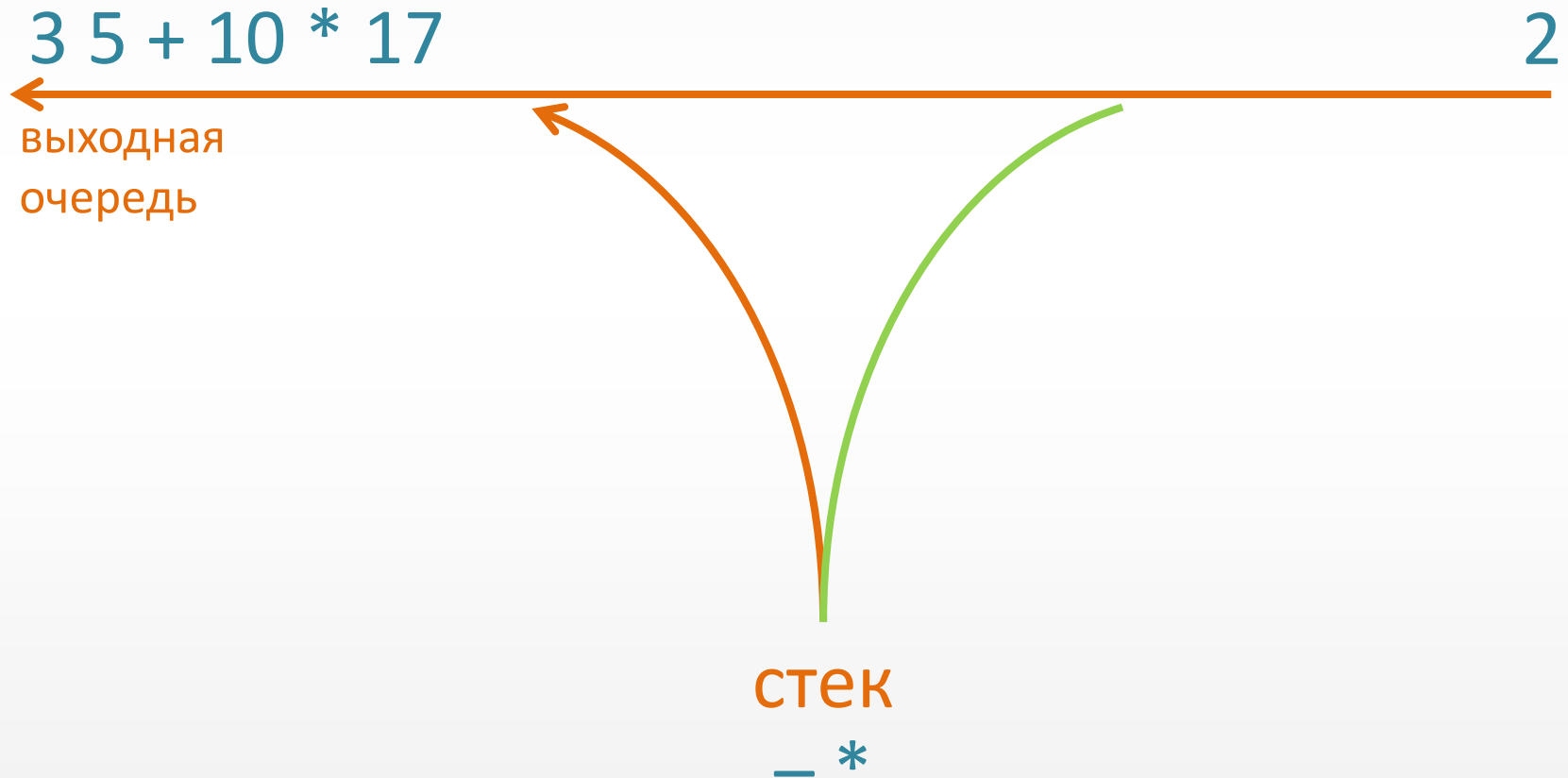
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



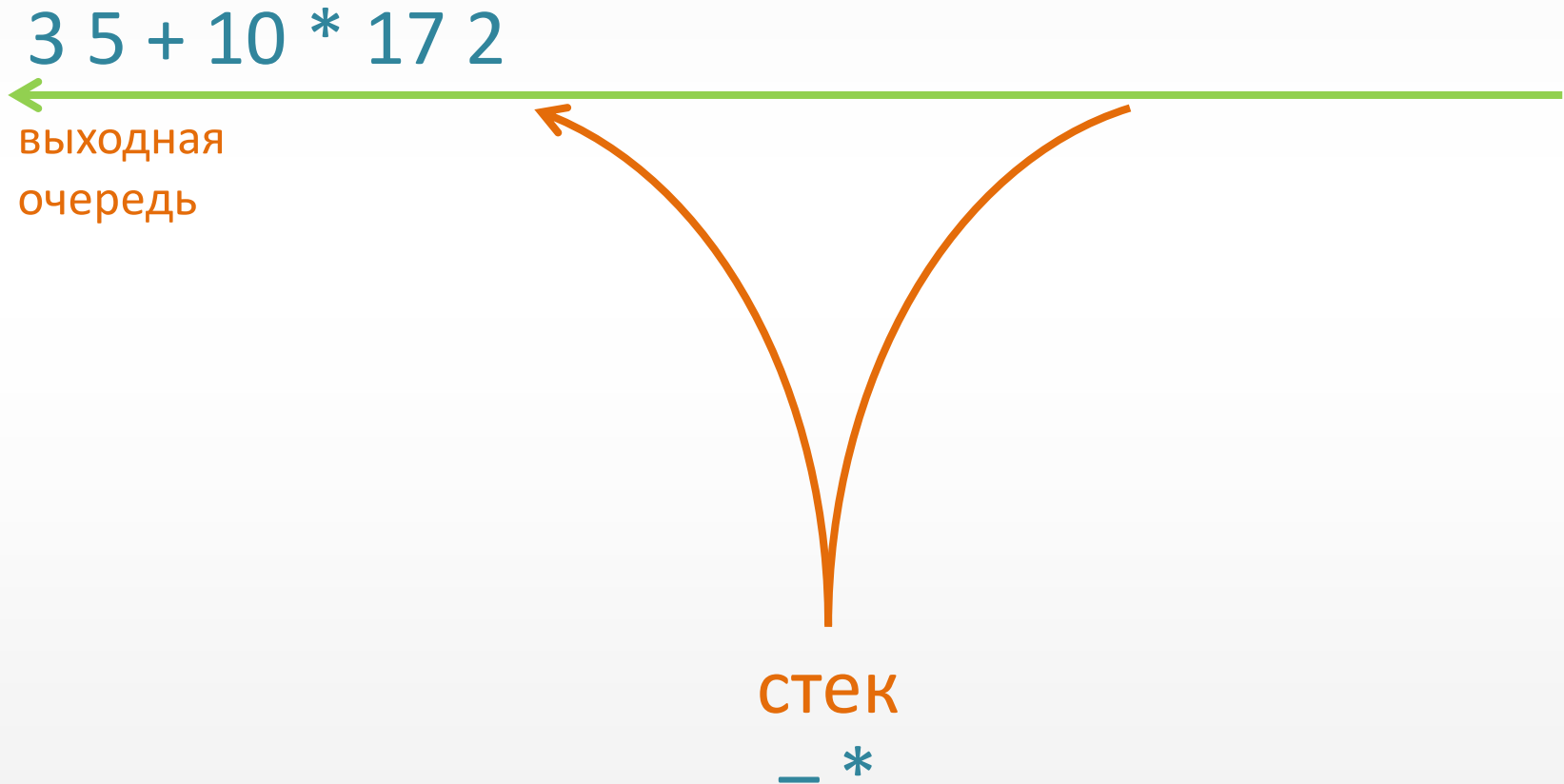
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



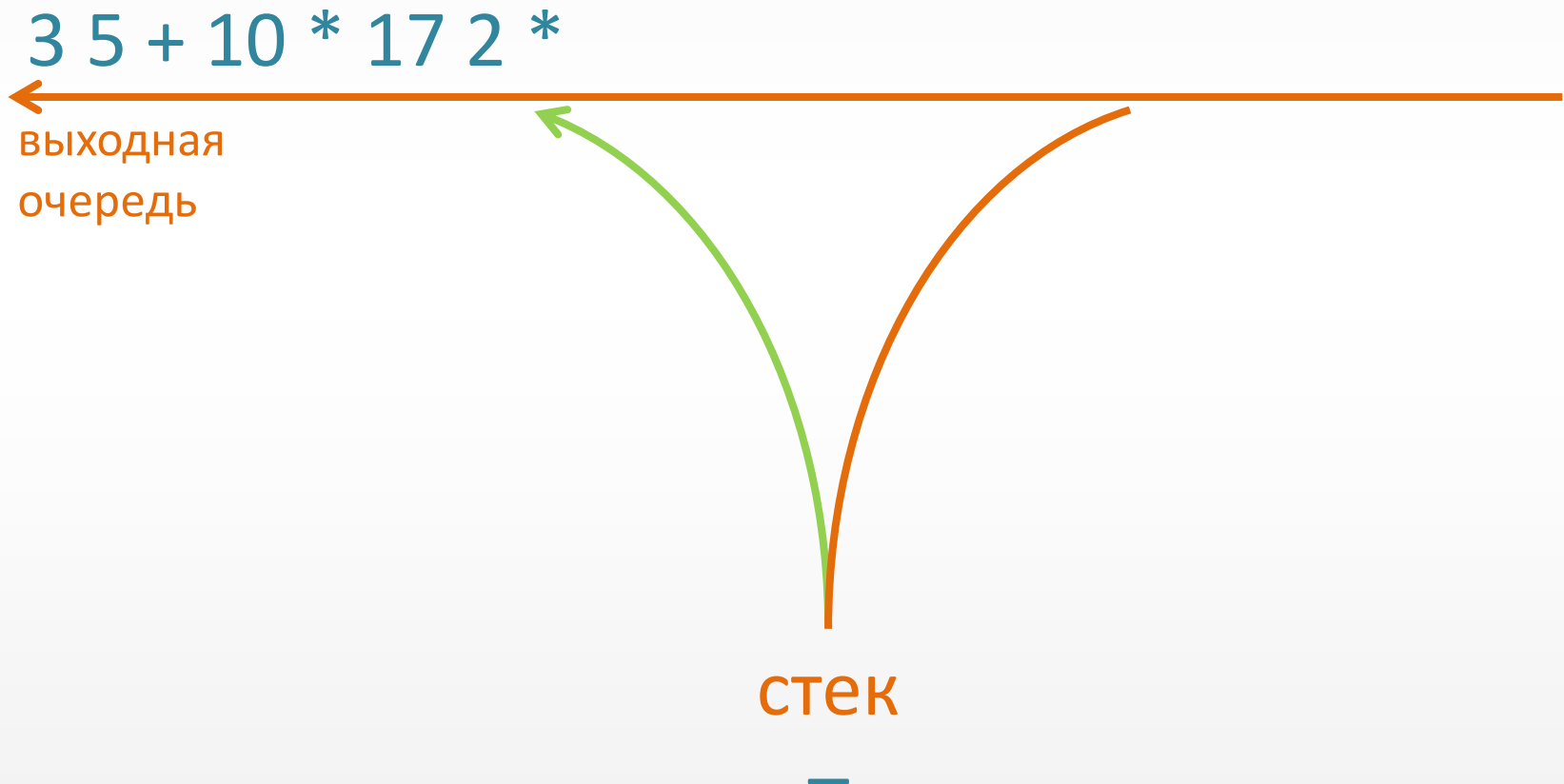
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



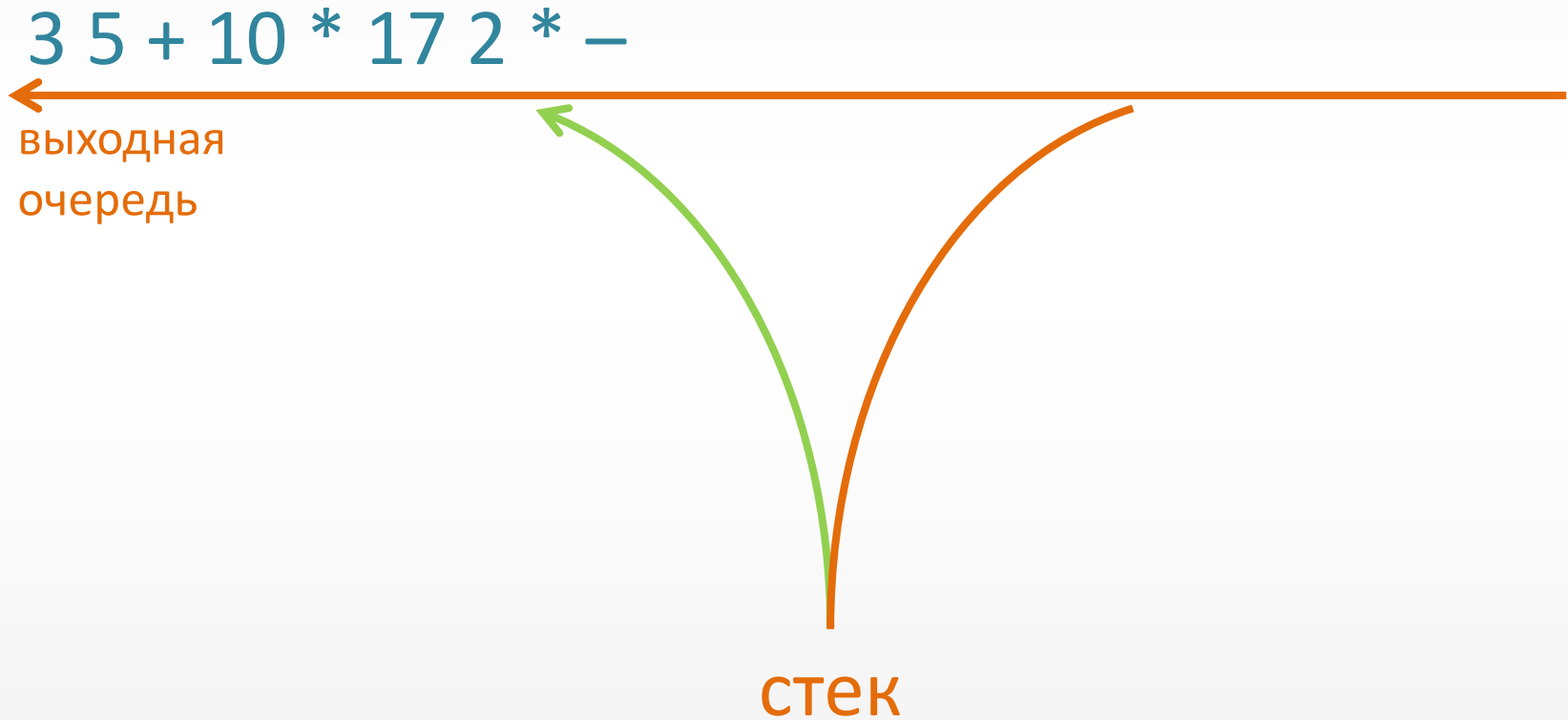
Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



Переход от инфиксной нотации к обратной польской записи



Вопросы?