

# Разбор задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по информатике 7-8 классов

Святослав Старков

КТП

Петрозаводск, 2017

## Решение задачи

- 1 Отметить в массиве размера  $n$  тех, кто присутствует.

## Решение задачи

- 1 Отметить в массиве размера  $n$  тех, кто присутствует.
- 2 Пробежаться по массиву и вывести номера тех, кто не отмечен.

## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.

## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.
- 2 Посчитать, сколько суммарно можно собрать цветков без центров с лепестками других цветов (т.е. отличных от цвета центра).

## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.
- 2 Посчитать, сколько суммарно можно собрать цветков без центров с лепестками других цветов (т.е. отличных от цвета центра).
- 3 С текущим цветом центра можно собрать  $\min$ (количество конфет с цветом центра, количество б-лепестковых цветков без центра).

## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.
- 2 Посчитать, сколько суммарно можно собрать цветков без центров с лепестками других цветов (т.е. отличных от цвета центра).
- 3 С текущим цветом центра можно собрать  $\min$ (количество конфет с цветом центра, количество 6-лепестковых цветков без центра).
  - Если конфет некоторого цвета  $k$  штук, то из них можно собрать  $\lfloor \frac{k}{6} \rfloor^1$  6-лепестковых конфет.

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз).

## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.
- 2 Посчитать, сколько суммарно можно собрать цветков без центров с лепестками других цветов (т.е. отличных от цвета центра).
- 3 С текущим цветом центра можно собрать  $\min(\text{количество конфет с цветом центра, количество } b\text{-лепестковых цветков без центра})$ .
  - Если конфет некоторого цвета  $k$  штук, то из них можно собрать  $\lfloor \frac{k}{b} \rfloor^1$   $b$ -лепестковых конфет.
  - Чтобы не пересчитывать пункт 2 для каждого цвета центра, можно посчитать количество  $b$ -лепестковых цветков без центра по **всем** цветам. Чтобы пересчитать это количество для фиксированного центра, нужно вычесть  $\lfloor \frac{k}{b} \rfloor$ , где  $k$  — количество конфет зафиксированного цвета центра.

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз).



## Решение задачи

- 1 Перебрать цвет конфеты, который будет центром цветков.
- 2 Посчитать, сколько суммарно можно собрать цветков без центров с лепестками других цветов (т.е. отличных от цвета центра).
- 3 С текущим цветом центра можно собрать  $\min(\text{количество конфет с цветом центра, количество } 6\text{-лепестковых цветков без центра})$ .
  - Если конфет некоторого цвета  $k$  штук, то из них можно собрать  $\lfloor \frac{k}{6} \rfloor^1$  6-лепестковых конфет.
  - Чтобы не пересчитывать пункт 2 для каждого цвета центра, можно посчитать количество 6-лепестковых цветков без центра по **всем** цветам. Чтобы пересчитать это количество для фиксированного центра, нужно вычесть  $\lfloor \frac{k}{6} \rfloor$ , где  $k$  — количество конфет зафиксированного цвета центра.
- 4 Выбрать максимальный ответ.

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз).

## Решение задачи

- 1 Сначала выделим максимальное количество составов с  $A$  вагонами. Пусть количество составов:  $k = \lfloor \frac{N}{A} \rfloor^1$ .

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз)

## Решение задачи

- 1 Сначала выделим максимальное количество составов с  $A$  вагонами. Пусть количество составов:  $k = \lfloor \frac{N}{A} \rfloor^1$ .
- 2 Таким образом распределено  $k \times A$  вагонов.

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз)

## Решение задачи

- 1 Сначала выделим максимальное количество составов с  $A$  вагонами. Пусть количество составов:  $k = \lfloor \frac{N}{A} \rfloor^1$ .
- 2 Таким образом распределено  $k \times A$  вагонов.
- 3 Необходимо распределить как можно больше вагонов из оставшихся  $N \bmod A$  вагонов ( $\bmod$  — остаток от деления.).

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз)

## Решение задачи

- 1 Сначала выделим максимальное количество составов с  $A$  вагонами. Пусть количество составов:  $k = \lfloor \frac{N}{A} \rfloor^1$ .
- 2 Таким образом распределено  $k \times A$  вагонов.
- 3 Необходимо распределить как можно больше вагонов из оставшихся  $N \bmod A$  вагонов ( $\bmod$  — остаток от деления.).
- 4 Будем добавлять в каждый состав вагоны, пока не наберем  $N$  или состав не наберет  $B$ .

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз)

## Решение задачи

- 1 Сначала выделим максимальное количество составов с  $A$  вагонами. Пусть количество составов:  $k = \lfloor \frac{N}{A} \rfloor^1$ .
- 2 Таким образом распределено  $k \times A$  вагонов.
- 3 Необходимо распределить как можно больше вагонов из оставшихся  $N \bmod A$  вагонов ( $\bmod$  — остаток от деления).
- 4 Будем добавлять в каждый состав вагоны, пока не наберем  $N$  или состав не наберет  $B$ .
- 5 Ответ:  $k \times A + \min((B - A) \times k, N \bmod A)$ .

---

<sup>1</sup> $\lfloor x \rfloor$  — целая часть вещественного числа  $x$  (округление вниз)

## Решение задачи

Математическая модель:

- Порядок захода людей не важен.

## Решение задачи

Математическая модель:

- Порядок захода людей не важен.
- Для каждой группы посчитаем количество пар людей, незнакомых друг с другом изначально.



## Решение задачи

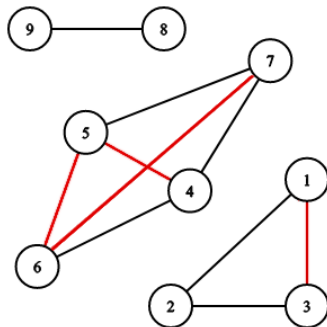
Математическая модель:

- Порядок захода людей не важен.
- Для каждой группы посчитаем количество пар людей, незнакомых друг с другом изначально.
- Сложим результаты.

## Решение задачи

Математическая модель:

- Порядок захода людей не важен.
- Для каждой группы посчитаем количество пар людей, незнакомых друг с другом изначально.
- Сложим результаты.



### Решение задачи

- Выделим группы с помощью обхода в ширину/глубину.

### Решение задачи

- Выделим группы с помощью обхода в ширину/глубину.
- Посчитаем для каждой группы число людей ( $n_i$ ).

### Решение задачи

- Выделим группы с помощью обхода в ширину/глубину.
- Посчитаем для каждой группы число людей ( $n_i$ ).
- Посчитаем для каждой группы число изначальных знакомств ( $e_i$ ).

### Решение задачи

- Выделим группы с помощью обхода в ширину/глубину.
- Посчитаем для каждой группы число людей ( $n_i$ ).
- Посчитаем для каждой группы число изначальных знакомств ( $e_i$ ).
- Количество дополнительных рукопожатий для группы равно  $\frac{n_i \cdot (n_i - 1)}{2} - e_i$ .

### Решение задачи

- Выделим группы с помощью обхода в ширину/глубину.
- Посчитаем для каждой группы число людей ( $n_i$ ).
- Посчитаем для каждой группы число изначальных знакомств ( $e_i$ ).
- Количество дополнительных рукопожатий для группы равно  $\frac{n_i \cdot (n_i - 1)}{2} - e_i$ .
- Просуммируем количество дополнительных рукопожатий в каждой группе.

## Решение задачи

Математическая модель:

- 1 Если  $n$  нечётно, ответ — 1.



## Решение задачи

Математическая модель:

- 1 Если  $n$  нечётно, ответ — 1.
- 2 Иначе, ответ — количество чётных делителей  $n$ .

## Решение задачи

Математическая модель:

- 1 Если  $n$  нечётно, ответ — 1.
- 2 Иначе, ответ — количество чётных делителей  $n$ .

Как искать ответ для чётных  $n$ :

## Решение задачи

Математическая модель:

- 1 Если  $n$  нечётно, ответ — 1.
- 2 Иначе, ответ — количество чётных делителей  $n$ .

Как искать ответ для чётных  $n$ :

- Факторизовать  $n = 2^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot p_3^{a_3} \cdot p_4^{a_4} \cdot \dots \cdot p_k^{a_k}$  ( $p_i$  —  $i$ -е простое число).

## Решение задачи

Математическая модель:

- 1 Если  $n$  нечётно, ответ — 1.
- 2 Иначе, ответ — количество чётных делителей  $n$ .

Как искать ответ для чётных  $n$ :

- Факторизовать  $n = 2^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot p_3^{a_3} \cdot p_4^{a_4} \cdot \dots \cdot p_k^{a_k}$  ( $p_i$  —  $i$ -е простое число).
- Ответ:  $(a_1 + 1) \cdot (a_2 + 1) \cdot (a_3 + 1) \cdot \dots \cdot (a_k + 1)$ .

Решение задачи на 30 баллов

Переберём все делители от 1 до  $n$ .

Решение задачи на 30 баллов

Переберём все делители от 1 до  $n$ .

Решение задачи на 60 баллов

Переберём все делители от 1 до  $\sqrt{n}$ .

# Шахматная фабрика

Продолжение

Решение задачи на 30 баллов

Переберём все делители от 1 до  $n$ .

Решение задачи на 60 баллов

Переберём все делители от 1 до  $\sqrt{n}$ .

Решение задачи на 100 баллов

Два подхода:

## Решение задачи на 30 баллов

Переберём все делители от 1 до  $n$ .

## Решение задачи на 60 баллов

Переберём все делители от 1 до  $\sqrt{n}$ .

## Решение задачи на 100 баллов

Два подхода:

- Предсчитаем минимальный простой делитель для всех чисел от 1 до  $10^7$  решетом Эратосфена, факторизация за  $O(\log(n))$



## Решение задачи на 30 баллов

Переберём все делители от 1 до  $n$ .

## Решение задачи на 60 баллов

Переберём все делители от 1 до  $\sqrt{n}$ .

## Решение задачи на 100 баллов

Два подхода:

- Предсчитаем минимальный простой делитель для всех чисел от 1 до  $10^7$  решетом Эратосфена, факторизация за  $O(\log(n))$
- Предсчитаем все простые числа до  $\sqrt{10^7}$  и затем переберём их, факторизация за  $O\left(\frac{\sqrt{n}}{\log n}\right)$