

Разбор задачи “Треугольники” Чемпионата Республики Карелия по командному программированию среди школьников. Октябрь 2010.

Итак, напомним коротко условие задачи. Даны N точек и M треугольников. Сказано, что эти треугольники удовлетворяют некоторой триангуляции. Но необходимо проверить, что триангуляция удовлетворяет условию, что внутри описанной окружности каждого из треугольников разбиения нет других точек. На самом деле такая триангуляция называется триангуляцией Делоне (о ней можно почитать в интернете).

Решение заключается в том, что необходимо проверить условие Делоне (об описанной окружности), то есть надо проверить, что расстояние от центра описанной окружности до остальных точек больше либо равно радиусу окружности. Чтобы найти центр окружности, достаточно решить систему:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2, \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r^2, \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = r^2 \end{cases}$$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ — вершины треугольника, (x, y) — центр описанной окружности, r — радиус описанной окружности. Получив центр описанной окружности и радиус для каждой из N точек необходимо проверить неравенство:

$$(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 \geq r^2.$$

Если для какой-то из точек и треугольника это неравенство не выполнялось, нужно вывести *NO*.

Асимптотическая сложность данного решения составляет $O(NM)$. Но в условии нет никаких ограничений на число M . Прошу заметить, что количество треугольников не больше количества точек, умноженное на три, участником предлагалось либо понять, либо поверить в этот факт. Таким образом, получаем, что в худшем случае алгоритм выполнит $500 * 1500 = 750000$ операций,

Заметим, что в условии задачи координаты точек не превышали по модулю 10000. Поэтому необходимо было аккуратно получать координаты центров. Авторское решение не получало центр и радиус, а использовало соотношение над углами. Известно, что углы между отрезками операционными на одну дугу равны. Если точка будет внутри, то угол будет меньше, а если снаружи — больше. Поэтому можно было проверять всего лишь углы. Можно пойти ещё дальше, и сравнивать косинусы углов, ведь их можно посчитать, не используя специальных функций, а используя только стандартные арифметические операции.

*Разбор подготовил Федулин Александр
Андреевич, преподаватель Клуба творчества
программистов ПетрГУ.*