

Разбор задачи “Строка” Чемпионата Республики Карелия по командному программированию среди школьников. Октябрь 2010.

Итак, напомним коротко условие задачи. Даны K циклов, N — верхнее ограничение первого цикла и K чисел a_i — “прибавки” к i -му циклу. Необходимо было посчитать количество итераций последнего цикла.

Для решения задачи можно применить метод динамического программирования. Пусть $dp_{i,j}$ — количество итераций, если мы зафиксировали i циклов, причем ограничение i -го цикла — j . Тогда возможны следующие переходы:

$$\begin{cases} dp_{i,j} &= \sum_{k=0}^{j+a_i+1} dp_{i+1,k}, i < K, \\ dp_{i,j} &= j, i = K. \end{cases}$$

Переходы обозначают фиксирование $i+1$ -го цикла. Асимптотика такого решения будет составлять $O(KN^2)$, что не укладывалось в ограничения по времени. Но можно заметить, что $dp_{i,j}$ и $dp_{i,j-1}$ практически одинаковы, за исключением $dp_{i+1,j+a_i+1}$, поэтому будут правильны следующие переходы:

$$\begin{cases} dp_{i,j} &= dp_{i,j-1} + dp_{i+1,j+a_i+1}, i < K, j > 1, \\ dp_{i,j} &= \sum_{k=1}^{j+a_i+1} dp_{i+1,k}, i < K, j = 1, \\ dp_{i,j} &= j, i = K. \end{cases}$$

Тогда переходы у нас происходят за $O(1)$, и итоговая асимптотическая оценка $O(NK)$. Такое решение укладывается в ограничения по времени и по памяти.

*Разбор подготовил Филев Валерий Леонидович,
студент математического факультета ПетрГУ.*